数　　学

第１問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　直角をはさむ２辺の長さの和が 12 であるような直角三角形のうち，斜辺の長さが最小である直角三角形の斜辺の長さは $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である．

(2)　θ は鋭角とする．$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = 5$ のとき，$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$，

$\dfrac{1}{\sin^3\theta} + \dfrac{1}{\cos^3\theta} = \boxed{\text{カキ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ である．

(3)　３つの正の数 a，b，c の平均値が 15，標準偏差が 12 であるとき，

$a^2+b^2+c^2 = \boxed{\text{コサシス}}$，$ab+bc+ca = \boxed{\text{セソタ}}$ である．

(4)　$0.\dot{6} - 0.3\dot{1}\dot{8} = \boxed{\text{チ}}.\boxed{\text{ツテト}}$．

(5)　a は整数とする．整数全体を全体集合 U とし，U の部分集合 A，B を

$$A = \{a-1,\ 2a^2-7a+3,\ 4\},\ B = \{a^2-5,\ a^2-2a-3,\ 5\}$$

とする．$A \cap B = \{0,\ 4\}$ であるとき，定数 a の値は $\boxed{\text{ナ}}$ である．

第 2 問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　6 個の数字 0，0，1，2，3，4 を輪の形に並べるとき，2 個の 0 が隣り合わないような並べ方の総数は $\boxed{\text{アイ}}$ 通りである．ただし，輪の形に並べる際に，回転すると一致する並び方は同じ並び方であるとする．

(2)　AB = 1，BC = 2，CA = $\sqrt{3}$ である△ABC において，△ABC の内心を点 I，∠CAB の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，

△IBD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}} - \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

(3)　n は自然数とする．n を 5 で割ると 3 余り，7 で割ると 6 余るとき，n を 35 で割ったときの余りは $\boxed{\text{カキ}}$ である．

第3問　以下の空欄を適宜埋めよ．

(1)　$x+y=\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\tan x+\tan y$ は $x=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi$ で最小値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる．

ただし，$0<x<\dfrac{\pi}{2}$ とする．

(2)　$f(x)=\{f'(x)\}^2$ を満たす整式 $f(x)$ について，$f(0)=9$ であるとき，$f(x)$ は $\boxed{\text{エ}}$ 次式であり，次数が1の項の係数は $\pm\boxed{\text{オ}}$ である．ただし，$f(x)$ は定数でない．

(3)　△ABC において，$\sin\angle\mathrm{CAB}:\sin\angle\mathrm{ABC}:\sin\angle\mathrm{BCA}=2:\sqrt{7}:1$ のとき，$\angle\mathrm{ABC}$ は $\boxed{\text{カキク}}^\circ$ である．

(4)　関数 $f(x)$ と定数 a について，$\displaystyle\int_x^a f(t)\,dt=-x^2+3x$ が成り立つとする．

このとき，$f(x)=\boxed{\text{ケ}}x-\boxed{\text{コ}}$ であり，$a=\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ である．

ただし，$\boxed{\text{サ}}<\boxed{\text{シ}}$ とする．