

数 学

数学は【1】～【6】のすべての問題に解答しなさい。

【1】 次の各問に答えよ。

問1 $(x^2 + x - 12)(x^2 + x - 2) + 24$ を因数分解せよ。

問2 $\sqrt{7}$ の小数部分を a とするとき、 $a^2 + 4a - 5$ の値を求めよ。

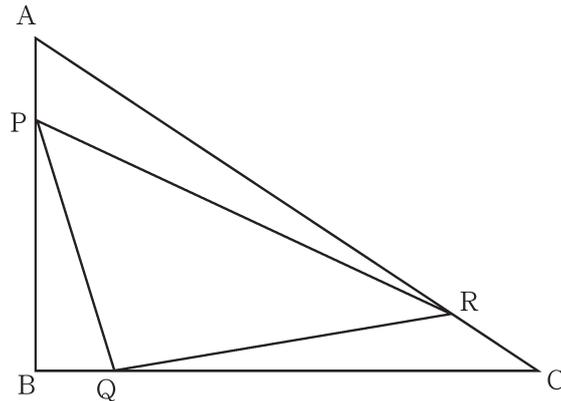
問3 あるスーパーが駄菓子の製造をほかの会社に依頼することを考えている。100個までの製造であれば、1個あたり100円の費用となり、101個目からは1個あたり80円の費用となる。総額における1個あたりの費用を90円以下にするためには何個以上駄菓子の製造を依頼する必要があるかを求めよ。

問4 1から10までの整数を全体集合 U として、 U の部分集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$ と $B = \{2, 4, m\}$ を設定する。ここで、 $A \cap B = \{2, 4\}$ 、 $\overline{A \cup B} = \{6, 7, 10\}$ であるとき、 B の要素の和を求めよ。ただし、 m は2と4以外の U の要素とする。

B 選

【2】 太郎さんのクラスでは、以下の課題が与えられている。

3辺の長さが $AB = 3$, $BC = 4$, $CA = 5$ である直角三角形 ABC において、 AB 上に点 P , BC 上に点 Q , CA 上に点 R を $AP = BQ = CR = x$ となるようにとる。ただし、 $0 \leq x \leq 3$ である。このとき、三角形 PQR の面積が最小になる x の値を求めよ。



この課題に対して、太郎さんは以下の手順で x を求める方法を考えた。次の文中の ～ に当てはまる最も適切な数式または数値を答えよ。

$\triangle PQR$ の面積を直接求めることは難しそうだから、 $\triangle ABC$ の面積から $\triangle APR$, $\triangle BPQ$, $\triangle CQR$ の3つの面積を引くようにしてみよう。

点 R から AB と BC に垂線を引き、その交点をそれぞれ点 D , 点 E とすると、三角形の相似から CE と RE の長さは x を用いて $CE = \text{ア}$, $RE = \text{イ}$ と表すことができるね。そして、 $DR = BE = \text{ウ}$ で表すことができるね。

これらを使うと、 $\triangle APR = \frac{1}{2}x(\text{ウ})$, $\triangle BPQ = \frac{1}{2}x(\text{エ})$, $\triangle CQR$ は少し式を整理して $\frac{1}{2}x(\text{オ})$ と表すことができるぞ。

よし、あとは $\triangle ABC - \triangle APR - \triangle BPQ - \triangle CQR$ を計算することで、 x を使って $\triangle PQR$ の面積を表すことができるぞ。ここから $x = \text{カ}$ のときに $\triangle PQR$ の面積が最小になることが分かるね。 は $0 \leq x \leq 3$ を満たしていることも確認できるね。

【3】 $\triangle ABC$ において、 $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle B = 45^\circ$ 、 $BC = \sqrt{2}$ のとき、次の各問に答えよ。

問1 辺 AC の長さを求めよ。

問2 辺 AB の長さを求めよ。

問3 $\sin 105^\circ$ の値を求めよ

B 選

【4】 最近、自動車離れが問題になっている。そこで、47都道府県の人口、免許保有者数、自動車保有台数、人口1000人当たり免許保有者数、人口1000人当たり自動車保有台数を調べて、以下の散布図を作成した。この結果から、次の各問に答えよ。

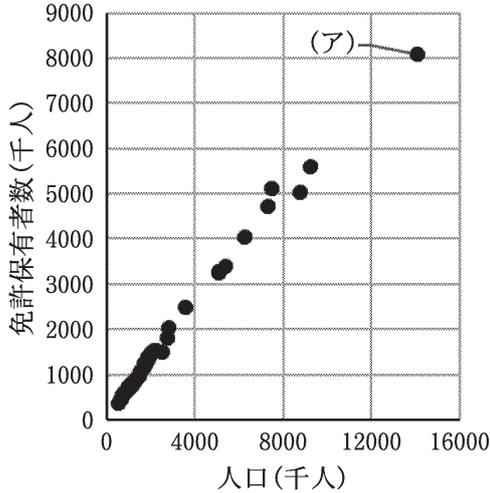


図1 人口と免許保有者数の散布図

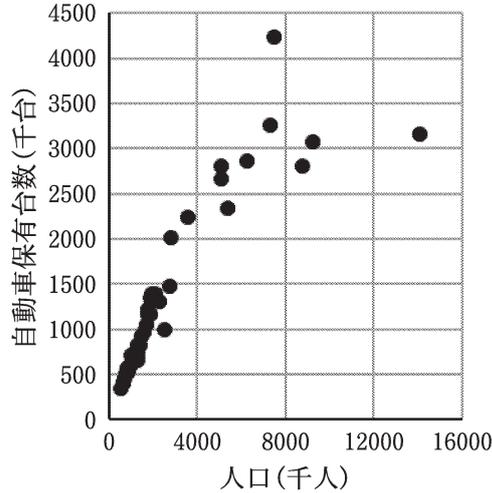


図2 人口と自動車保有台数の散布図

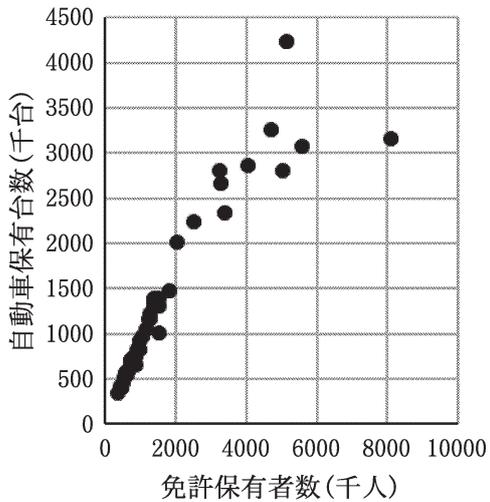


図3 免許保有者数と自動車保有台数の散布図

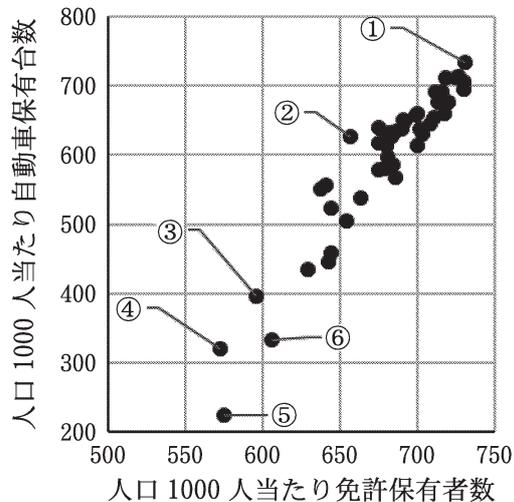


図4 1000人当たり免許保有者数と1000人当たり自動車保有台数の散布図

注) 人口は国勢調査の結果を用い、免許保有者数は警察庁の運転免許統計の中型・準中型・小型免許取得者の合計、自動車保有台数は一般財団法人自動車検査登録情報協会「都道府県別・車種別保有台数表」の乗用車を用いている。

問1 図1の点(ア)は東京都のデータである。この東京都のデータは図4ではどれか。図中の①～⑥から最も適当なものを一つ選び、番号で答えよ。

問2 1000人当たり自動車保有台数について5数要約を以下の表にまとめた。

最大値	733.5
第3四分位数	659.9
中央値	631.1
第1四分位数	558.1
最小値	223.8

次の値を外れ値とするとき、1000人当たり自動車保有台数には外れ値が何個あるか。外れ値の個数を求めよ。

「(第1四分位数) - 1.5 × (四分位範囲)」以下のすべての値

「(第3四分位数) + 1.5 × (四分位範囲)」以上のすべての値

問3 1000人当たり免許保有者数と1000人当たり自動車保有台数それぞれの平均、分散、標準偏差および1000人当たり免許保有者数と1000人当たり自動車保有台数の共分散を表にまとめた。このとき、表の値を用いて1000人当たり免許保有者数と1000人当たり自動車保有台数の相関係数を求めよ。小数第3位を四捨五入すること。

	1000人あたり 免許保有者数	1000人あたり 自動車保有台数
平均	680.5	595.4
分散	1596.7	12092.3
標準偏差	40.0	110.0
共分散	4090.0	

B 選

【5】 1, 2, 3, 4, 5 と書かれた 5 個の玉が入っている袋の中から, 1 個ずつ 3 回取り出し, 書かれた数の最大値を X とする。ただし, 取り出した玉はそのつど, 袋の中に戻すこととする。このとき, 次の各問に答えよ。

問 1 $X \leq 4$ となる確率を求めよ。

問 2 $X = 4$ となる確率を求めよ。

問 3 $X = 4$ となったとする。このとき, 1, 2 と書かれた玉を 1 回も取り出さなかった確率を求めよ。

【6】 半径2の円Oと半径1の円Pは点Qで外接している。図のように、共通接線 l_1 , l_2 と円Oとの接点をそれぞれ A, Bとし、円Pとの接点をそれぞれ D, Cとする。このとき、次の各問に答えよ。

問1 線分 AD の長さを求めよ。

問2 $\triangle AQD$ の面積を求めよ。

問3 四角形 ABCD の面積を求めよ。

