

# 数 学

I

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} \\
 &= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 \\
 &= \sqrt{3} - 1 \\
 &= 0.732 \dots\dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

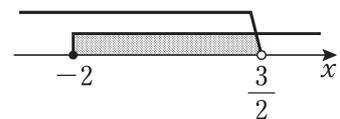
$$\begin{aligned}
 (2) \quad 2x^2 - x - 1 &= 0 \\
 (2x+1)(x-1) &= 0 \\
 x &= -\frac{1}{2}, 1
 \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}
 (p+q)(p^2 - pq + q^2) &= p^3 + q^3 \\
 &= 1^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \\
 &= \frac{7}{8} \dots\dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad 3x+1 &\geq x-3 \\
 x &\geq -2 \dots\dots \textcircled{1} \\
 x-3 &> \frac{5}{3}x-4 \\
 x &< \frac{3}{2} \dots\dots \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より} \quad -2 \leq x < \frac{3}{2}$$



これを満たす整数  $x$  は,  $-2, -1, 0, 1$  の 4 個。……(答)

(4) 平均値は

$$\frac{2+5+3+2+6+3}{6}=3.5 \quad \dots\dots(\text{答})$$

標準偏差は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6}\{(2-3.5)^2+(5-3.5)^2+(3-3.5)^2+(2-3.5)^2 \\ & \qquad \qquad \qquad + (6-3.5)^2+(3-3.5)^2\} \\ & =2.25 \\ & \sqrt{2.25}=1.5 \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

(5) まず, 15人の中から部長1人を選び, 残りの14人から副部長2人を選ぶから

$${}_{15}C_1 \times {}_{14}C_2 = 1365 \text{ 通り} \quad \dots\dots(\text{答})$$

## II 解答

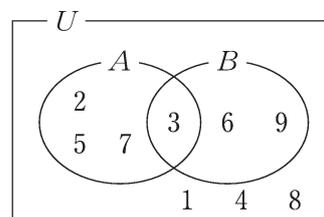
(1)  $2^4 - 1 = 15 \quad \dots\dots(\text{答})$

(2)  $B = \{3, 6, 9\}$

$$\bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

よって

$$A \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\} \quad \dots\dots(\text{答})$$



(3)  $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$

$$\bar{C} = \{5, 7, 8\}$$

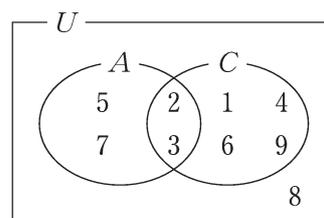
$$\bar{A} = \{1, 4, 6, 8, 9\}$$

$$A \cap \bar{C} = \{5, 7\}$$

$$\bar{A} \cap C = \{1, 4, 6, 9\}$$

よって

$$(A \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap C) = \{1, 4, 5, 6, 7, 9\} \quad \dots\dots(\text{答})$$



### III 解答

$$(1) \quad y = x^2 - 4x + 3 \\ = (x-2)^2 - 1$$

よって、①は  $x=2$  のとき最小値  $-1$  をとる。……(答)

$$(2) \quad y = x^2 - ax + 3 \\ = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + 3 - \frac{a^2}{4}$$

$$\text{頂点は} \quad \left(\frac{a}{2}, 3 - \frac{a^2}{4}\right) \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$$y = x^2 - 2x + 7 \\ = (x-1)^2 + 6$$

$$\text{頂点は} \quad (1, 6) \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

①, ②より

$$\frac{a}{2} + 2 = 1 \quad \text{かつ} \quad 3 - \frac{a^2}{4} + 4 = 6$$

よって  $a = -2$  ……(答)

$$(3) \quad y = 3 \text{ のとき} \\ x^2 - ax + 3 = 3 \\ x^2 - ax = 0 \\ x(x-a) = 0 \\ x = 0, a$$

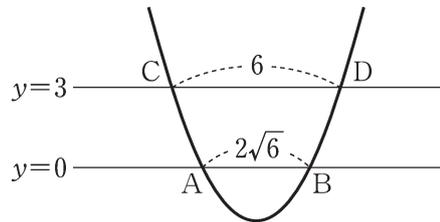
$$a > 0 \text{ より} \quad a = 6$$

$y = 0$  のとき

$$x^2 - 6x + 3 = 0 \\ x = 3 \pm \sqrt{9-3} = 3 \pm \sqrt{6} \\ (3 + \sqrt{6}) - (3 - \sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$$

よって、求める面積は台形 ABCD の面積より

$$(6 + 2\sqrt{6}) \times 3 \times \frac{1}{2} = 9 + 3\sqrt{6} \quad \dots\dots \text{(答)}$$



## IV 解答

(1)  $\frac{3}{3 \times 3} = \frac{1}{3}$  ……(答)

(2) (1)より、引き分けになる確率、勝つ確率、負ける確率はいずれも  $\frac{1}{3}$  である。

2回のうち、1回引き分け、1回勝つ確率は

$$2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

同様に、2回のうち、1回勝ち、1回負ける確率は  $\frac{2}{9}$  である。

よって、求める確率は

$$\frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(3) 4回目までにBが2勝2敗であるのは  ${}_4C_2=6$  通り

4回目までにBが2勝1敗1引き分けであるのは  ${}_4C_2 \times {}_2C_1=12$  通り

4回目までにBが2勝2引き分けであるのは  ${}_4C_2=6$  通り

$$6+12+6=24 \text{ 通り}$$

したがって、求める確率は

$$24 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{81} \quad \dots\dots(\text{答})$$

## V 解答

(1)①  $\triangle ABP$  と  $\triangle DBP$  について

$$AB=DB, BP=BP, \angle ABP=\angle DBP$$

であるから

$$\triangle ABP \equiv \triangle DBP$$

よって、 $\triangle APD$  は  $AP=PD$  の二等辺三角形。 ……(答)

② 右図より

$$AP=PD=2\sqrt{3}$$

AD の中点を Q とすると

$$PQ=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$$

よって、求める面積は

$$\begin{aligned}\triangle APD &= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \quad \dots\dots(\text{答})\end{aligned}$$

(2)①  $\triangle APD$  において、正弦定理より

$$\frac{4}{\sin \angle APD} = 2 \times \frac{13}{6}$$

$$\therefore \sin \angle APD = \frac{12}{13} \quad \dots\dots(\text{答})$$

②  $\triangle APD$  において、余弦定理より

$$AP^2 + PD^2 - 2AP \cdot PD \cdot \cos \angle APD = AD^2$$

$$\cos \angle APD = \frac{5}{13}$$

$AP=PD=x$  とおくと

$$x^2 + x^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{5}{13} = 16$$

$$x^2 - \frac{5}{13}x^2 = 8$$

$$8x^2 = 8 \times 13$$

$$x^2 = 13$$

$$x > 0 \text{ より } x = AP = \sqrt{13} \quad \dots\dots(\text{答})$$

BC の中点を M とおくと、(1)②より

$$AM = 2\sqrt{3}$$

よって

$$MP = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - (2\sqrt{3})^2} = 1$$

したがって

$$BP = 2 + 1 = 3 \quad \dots\dots(\text{答})$$

