数 学

I 解答

(1) $(x+3)(x-1)(x^2+2x+3)=(x^2+2x-3)(x^2+2x+3)$

$=(x^2+2x)^2-3^2$

$=x^4+4x^3+4x^2-9$ ……(答)

(2) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{8}}=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{4}$

$=\dfrac{1+1.732}{2}$

$=1.366$ ……(答)

(3) $y=x^2+2x-4$

$=(x+1)^2-5$

頂点は　$(-1,\ -5)$

$y=x^2+6x+10$

$=(x+3)^2+1$

頂点は　$(-3,\ 1)$

ゆえに

$\left.\begin{array}{l} p=-3-(-1)=-2 \\ q=1-(-5)=6 \end{array}\right\}$ ……(答)

(4) $\angle C=45^\circ$

正弦定理より

$\dfrac{AB}{\sin 45^\circ}=\dfrac{6}{\sin 30^\circ}$

$AB=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times 6\times 2=6\sqrt{2}$ ……(答)

(5)　${}_5\mathrm{P}_4=120$ 通り　……(答)

Ⅱ 解答

(1)　データを小さい順に並べかえると

55 57 60 61 63 64

よって，データの中央値は

$$\frac{60+61}{2}=60.5 \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

(2)　平均は

$$\frac{55+57+60+61+63+64}{6}=60$$

分散は

$$\frac{1}{6}\{(55-60)^2+(57-60)^2+(60-60)^2+(61-60)^2+(63-60)^2+(64-60)^2\}$$

$$=\frac{1}{6}(25+9+0+1+9+16)$$

$$=10 \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

(3)　$0.5\times6=3$

四分位範囲は変わらないため，60 g が書き間違いで，実際には 63 g のとき，条件を満たす。

正しいデータを小さい順に並べかえると

55 57 61 63 63 64

よって，求めるデータの中央値は

$$\frac{61+63}{2}=62 \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

Ⅲ 解答

(1)　$x=-3$ のとき

$$(-3)^2-2\cdot(-3)a+2a-5=0$$

$$a=-\frac{1}{2}$$

これを①に代入すると

$$x^2+x-6=0$$

$$(x+3)(x-2)=0$$

$$\therefore\quad x=-3,\ 2$$

よって，求める解は　　2　……(答)

(2)　解の公式より

$$x=a\pm\sqrt{a^2-2a+5}$$

$$a+\sqrt{a^2-2a+5}-(a-\sqrt{a^2-2a+5})=4$$

$$2\sqrt{a^2-2a+5}=4$$

両辺正より2乗して

$$a^2-2a+5=4$$

$$(a-1)^2=0$$

$$a=1\quad\cdots\cdots\text{(答)}$$

(3)　$f(x)=x^2-2ax+2a-5$ とおくと

$$f(x)=(x-a)^2-a^2+2a-5$$

$f(x)=0$ は a の値にかかわらず，異なる2つの実数解をもつので，条件を満たすためには

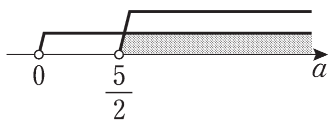
$$\begin{cases}\text{軸}：a>0 & \cdots\cdots\text{ⅰ}\\ f(0)>0\end{cases}$$

を満たせばよい。よって

$$f(0)=2a-5>0$$

$$a>\frac{5}{2}\quad\cdots\cdots\text{ⅱ}$$

ⅰ，ⅱより，求める a の値の範囲は



$$a>\frac{5}{2}\quad\cdots\cdots\text{(答)}$$

Ⅳ ― 解答

(1)　1枚目に1のカードを取り出す場合であるので，求める確率は

$$\frac{1}{6} \quad \cdots\cdots(答)$$

(2)　6 の倍数である 3 桁の整数は，132 または 312 である。

132 となる組み合わせは　　$1\times3\times2=6$ 通り

312 となる組み合わせは　　$3\times1\times2=6$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{6+6}{6\times5\times4}=\frac{1}{10} \quad \cdots\cdots(答)$$

(3)　1 回の操作でできる 3 桁の偶数は，以下の組み合わせであり，その場合の数はそれぞれ

1 ◯ 2 ：$1\times4\times2=8$ 通り

2 ◯ 2 ：$2\times4\times1=8$ 通り

3 ◯ 2 ：$3\times4\times2=24$ 通り

よって，3 桁の偶数が 3 回続けてできる確率は

$$\left(\frac{8+8+24}{6\times5\times4}\right)^3=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$$

求める確率は，上記の余事象なので

$$1-\frac{1}{27}=\frac{26}{27} \quad \cdots\cdots(答)$$

V　解答

(1)　方べきの定理より

$$\mathrm{BE}\cdot\mathrm{ED}=\mathrm{CE}\cdot\mathrm{EA}$$

$$\mathrm{BE}\times8=2\times6$$

$$\therefore \quad \mathrm{BE}=\frac{3}{2} \quad \cdots\cdots(答)$$

(2)　$\triangle\mathrm{ABE}$ は二等辺三角形なので

$$\mathrm{AE}=\mathrm{AB}=6$$

メネラウスの定理より

$$\frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{AB}}\times\frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DF}}\times\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{CE}}=1$$

$$\frac{BF}{6}\times\frac{8}{DF}\times\frac{6}{2}=1$$

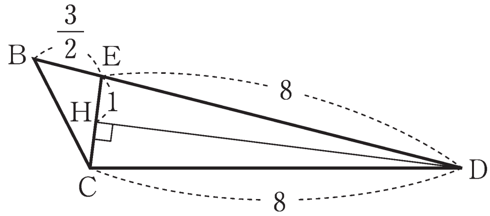
$$\frac{BF}{DF}=\frac{1}{4}$$

∴　BF：DF＝1：4　……(答)

(3)　線分 CE の中点を H とおくと

$$DH=\sqrt{64-1}=3\sqrt{7}$$

であるから，△CDE の面積は



$$\triangle CDE=2\times3\sqrt{7}\times\frac{1}{2}=3\sqrt{7}$$

ここで

$$BE:ED=\frac{3}{2}:8=3:16$$

であるから

$$\begin{aligned}\triangle BCD&=\frac{19}{16}\triangle CDE\\&=\frac{19}{16}\times3\sqrt{7}\\&=\frac{57\sqrt{7}}{16}\end{aligned}\quad\cdots\cdots(答)$$